UNIVERSIDAD NACIONAL DE SANTIAGO DEL ESTERO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA Y QUIMICA
Laboratorio Física II

# Momento de inercia

Objetivo: **Medición del Momento de Inercia de un cuerpo usando un péndulo de Torsión.**

## Introducción

El momento de inercia de un cuerpo con respecto a un eje dado es un concepto muy importante en el desarrollo de la dinámica de los cuerpos rígidos. Tiene un rol análogo en el movimiento rotacional al de la masa en el movimiento de traslación, no solo en la aplicación de la segunda ley de Newton $\tau = I * \alpha$ , sino también en las expresiones de cantidad de movimiento angular y energía de rotación. En consecuencia es necesario conocer aspectos técnicos para la determinación experimental de momentos de inercia para cuerpos de diversas formas y tamaños.

## Practica a desarrollar

La misma consiste en determinar experimentalmente el momento de inercia de un cuerpo de forma irregular, utilizando para esto un péndulo de torsión.

## Planificación de la experiencia

Se dispone en el laboratorio de una varilla de acero de longitud L = 160 cm y de 3mm. De sección (mediante los instrumentos adecuados confirme estos valores) dispuesta en forma vertical y rígidamente sostenida por su extremo superior. En el otro extremo se tiene una masa M = 700 g. En forma de cruz con agujeros dispuestos simétricamente para adicionar discos metálicos de m = 500 g cada uno. (verifique estos datos)
Después de aplicar un momento exterior, cuidando de no sobrepasar el limite elástico de la varilla, se pone a oscilar el sistema para identificar las magnitudes, formular los limites de validez de la teoría a aplicar, y estimar el orden de magnitud del periodo de oscilación.
La oscilación surge como consecuencia de las propiedades elásticas del material de la varilla. Partiendo de su posición de reposo, al aplicar un momento externo aparece una cupla de torsión que es proporcional al ángulo θ de giro, medido respecto de la posición de reposo (sin oscilación) de la varilla. Entre la cupla de torsión y el ángulo θ, que representa el desplazamiento angular respecto de la posición de equilibrio del sistema hay una relación de proporcionalidad directa que se expresa de la siguiente manera (siempre que no se supere el período elástico del material):

$$M = - K\ \theta$$

En donde M = cupla o momento de torsión. [N.m]
$K$ = constante elástica de torsión [N.m]
θ = desplazamiento angular respecto de la posición de reposo. [rad]

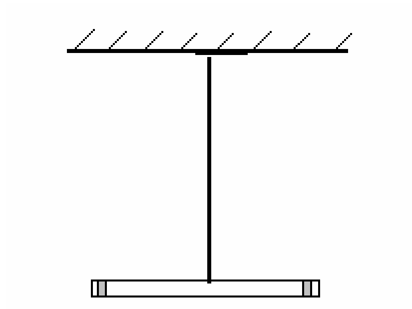
Cuando el sistema es puesto a oscilar, el período de esta oscilación está dada por la siguiente relación:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K}}$$

En donde $I$ = momento de inercia, alrededor de un eje que contiene al eje de la varilla, y que corresponde a la masa colocada a oscilar en el extremo de esta. [kg.m$^2$]

Entonces, midiendo el período de oscilación y determinando la constante elástica de torsión de la varilla, podemos despejar de esta expresión el momento de inercia de un cuerpo cualquiera fijado en extremo de ella.

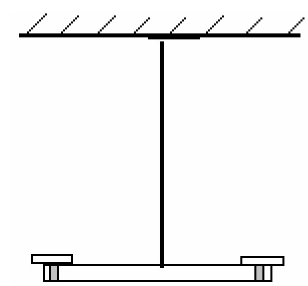
Desarrollo



1. Con el instrumental seleccionado se determina el periodo T del sistema plateado(varilla -cruz) utilizando el método que permita disminuir el error. (medir el periodo de n oscilaciones) Calculamos el momento de inercia del sistema así constituido usando

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K}}$$

Luego de efectuado el cálculo, realizar la propagación de errores sobre este resultado.



2. Repetimos el procedimiento agregando dos discos en la cruz. Se determina así el periodo $T_1$ que corresponde al péndulo con los discos adicionados. Previamente se determina analíticamente el momento de inercia de los discos respecto a un eje paralelo al eje del alambre aplicando el teorema de Steiner.

$$I_1 = 2\times\left(\frac{m_d \times R^2}{2} + m_d \times r^2\right)$$

donde R: disco, r: distancia del centro del disco a la varilla

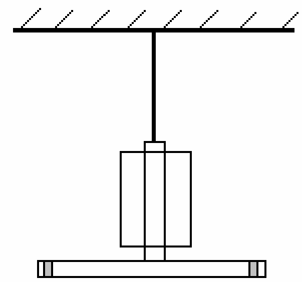
La expresión para el nuevo período es:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I + I_1}{K}}$$

Calcule el momento de inercia $I_1$ y realizar la propagación de errores de este resultado.

3. Finalmente retirar los discos y repetir el proceso colocando el cuerpo problema cuidando que el eje del péndulo coincida con el eje del cuerpo y que pase por su centro de gravedad. Luego se determina el periodo $T_2$.

   La expresión a usar ahora es:



$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I + I_x}{K}}$$

<u>Consideraciones:</u>

Elevando al cuadrado *T*, $T_1$, y haciendo el cociente el cociente entre las dos expresiones se llega a la relación siguiente

$$I = \frac{T^2}{T_1^2 - T^2} \times I_1$$

que nos permite determinar el momento de inercia desconocido de un cuerpo sobre la base de una relación entre los periodos y el momento de inercia $I_1$ que se supone conocido. (compruebe el desarrollo algebraico)

Del mismo modo, operando con *T* y $T_2$ y relacionando con esta última expresión, podemos llegar a la siguiente expresión. (compruebe el desarrollo algebraico):

$$I_x = \frac{T_2^2 - T^2}{T_1^2 - T^2} \times I_1$$

Hacemos el cálculo del momento de inercia desconocido usando esta última expresión.

4. Finalmente, realizar la propagación de errores para poder expresar el resultado en la forma $I_x \pm \Delta x$.

---------------------------------------------------------------

**Bibliografía:**

Física (Parte I); Tipler P.
Física I; Resnick, Hallyday, Krane.
Trabajos Prácticos de Física - Fernández, Galloni.
Apuntes de Física – Univ. Nac. de Córdoba.